

Calculation of the Average Electron Energy and Drift Velocity at Low Fields for Compound Semiconductor Gallium Arsenide

Noora Anwar
Mohammed Jamil¹,

^{1, 2} University of Mosul/ Education Collage for Pure Science/Dep. of Physics
Correspondence author: oophnn@gmail.com

Ali Abbas Mohammed
Salih²

^{1, 2} University of Mosul/ Education Collage for Pure Science/Dep. of Physics
Co-authors: dr.ali1969@uomosul.edu.iq

ABSTRACT

The drift velocity and average energy of electrons in the central valley $\langle 000 \rangle \Gamma$ were calculated in compound semiconductor GaAs at low electric fields of about 4 kV/cm at room temperature. The drift velocity change at low temperatures was also studied in the low fields. The Boltzmann equation was solved using an analytical method based on the extension of the Legendre polynomial and a numerical method based on the finite difference method to obtain the unbalanced distribution function, and then solve it by preparing an algorithm using MATLAB. The obtained results were in agreement with the experimental results.

Keywords:

NOTATION

f electron distribution function

k electron wave vector

E electric field

\hbar Dirac constant (reduced Planck constant)

\vec{v} instantaneous velocity of an electron

v_d drift velocity

τ relaxation time

حساب معدل طاقة الإلكترون وسرعة الانجراف عند المجالات الواطئة لشبه الموصل المركب
ارسنايد الكاليوم

علي عباس محمد صالح

dr.ali1969@uomosul.edu.iq

نورة انور محمد جميل

oophnn@gmail.com

جامعة الموصل / كلية التربية للعلوم الصرفة / قسم الفيزياء

الملخص

تم حساب كلا من سرعة الانجراف ومتوسط الطاقة للإلكترونات في منخفض الطاقة المركزي $\langle 000 \rangle \Gamma$ في شبه الموصل المركب GaAs عند تسليط مجال كهربائي وإطئي 4 kV/cm في درجة حرارة الغرفة. كما تم دراسة تغيير منحني سرعة الانجراف عند درجات حرارة منخفضة عند المجالات الواطئة. إذ تم حل معادلة بولتزمان استخدام طريقة تحليلية تعتمد على اتساع متعدد حدود لاجندر وطريقة عددية تعتمد على طريقة الفروق المحددة للحصول على دالة التوزيع غير المتوازنة ومن ثم حلها بإعداد برنامج حسابي باستخدام الماتلاب. كانت النتائج التي تم الحصول عليها متفقة مع نتائج التجريبية.

1. المقدمة: Introduction

يعتبر GaAs من أهم أشباه الموصلات في التطبيقات الكترونية عالية السرعة [1]. كان هناك تركيز متزايد على استخدام أشباه الموصلات المركبة المنحلة ذات التشويب العالي [2]. إذ تعتبر أشباه الموصلات المركبة III-V و II-VI وأكاسيدها مهمة في فيزياء الإلكترونيات وتطبيقاتها التكنولوجية. يلعب انتقال حاملات الشحنة (الإلكترونات والفجوات) في هذه المواد شبه الموصلية دوراً رئيسياً في الإلكترونيات والإلكترونيات الضوئية والخلايا الكهروضوئية. كرسست الدراسات الحديثة على تطوير مفهوم انتقال حاملات الشحنة في أشباه الموصلات المركبة بشكل كبير [3]. إذ يعد فهم آلية انتقال حاملات الشحنة أمراً ضرورياً لتصميم أي نبيطة لشبه موصل [4]. يعتمد أداء نبائط أشباه الموصلات عالية السرعة ونبائط الموجات الدقيقة (الميكروويف) بشكل أساسي على سرعة انتقال حامل الشحنة، وبالتالي يكون من المهم معرفة سرعة انجراف الإلكترونات كدالة للمجال الكهربائي المسلط في متن شبه الموصل [1]. ولكن من الصعوبة إجراء قياسات مباشرة لسرعة انجراف الإلكترونات كدالة للمجال الكهربائي في بعض أشباه الموصلات المركبة III-V. ذلك لأنه في المواد عالية التوصيل، يكون عادة تذبذب العينة عندما يكون معدل المجال الكهربائي في العينة أعلى من قيمة مجال العتبة. هذا النوع من التذبذب للموجات الدقيقة يعرف بتأثير Gunn ناتج من انتقال الإلكترونات من منخفضات طاقة عالية إلى منخفضات طاقة منخفضة التحركية في حزمة التوصيل لأشباه الموصلات المركبة III-V. في النماذج ذات التوصيلية الواطئة يصبح المجال الكهربائي غير منتظم بشكل كبير في داخل النموذج بالرغم من عدم تذبذب النموذج [1]. يمكن قياس سرعة الانجراف بطرائق عديدة منها طريقة زمن الطيران flight-of-time. وكذلك يمكن اشتقاقها من دالة التوزيع الكترون، والتي يمكن من خلالها اشتقاق كل من معدل سرعة الكترونات وكذلك تركيز حاملات الشحنات والتحركية [4]. غالباً ما يوفر التصرف شبه الكلاسيكي مع معادلة الانتقال لبولتزمان Boltzmann transport equation (BTE) تقريباً مناسباً للحل. إذ تعد معادلة الانتقال لبولتزمان معادلة حركية تتبع التطور الزمني لدالة توزيع الموضع والعزم لحاملات الشحنة. يتم التعامل مع التفاعلات بين حاملات الشحنة نفسها أو بين حاملات الشحنة والشبكة البلورية التي تسبب تبديد الطاقة من خلال حد الاستطارة في BTE. إذ تتعرض حاملات الشحنة التي تنتقل خلال شبه الموصل المركب لأليات استطارة مختلفة أثناء انجرافها داخل بلورة.

يعد ارسنايد الكاليوم من أشباه الموصلات المركبة التي تتشكل في تركيب بلوري يدعى المشبك الخارصيني Zinc blende. إذ تكون كل ذرة Ga مرتبط بأربع ذرات من As في رباعي السطوح [5]. ويمتلك GaAs فجوة طاقة يبلغ تقريباً 1.42 eV [6]. حظيت دراسة حزم الطاقة (حزمة التكافؤ وحزمة التوصيل) لشبه الموصل المركب GaAs باهتمام من خلال الدراسة التي قام بها EHRENREICH لحزمة الطاقة لارسنايد الكاليوم ولقد استنتج أن حزمة التوصيل تتكون من منخفضي طاقة والذي يتمثل بالنقطتين Γ و X إذ تمثلان أدنى وأعلى نقطة في حزمة التوصيل [7] وقد لاقت النتائج التي حصل عليها قبولاً كبيراً لسنوات عديدة، ولكن بعد ذلك أظهرت البيانات التجريبية وجود منخفض طاقة إضافي يقع بين كلا من Γ و X والتي تؤثر بشكل كبير على خصائص الانتقال وخصوصاً في حالة الكترونات الساخنة (Hot electron) [8]. أخذت دراسة منحني سرعة الانجراف لحاملات الشحنات مع المجال الكهربائي لشبه الموصل المركب ارسنايد الكاليوم حيزاً كبيراً في الدراسات والبحوث المنشورة [9,10,11,12].

2. معادلة الانتقال لبولتزمان: Boltzmann transport equation

تعرف دالة التوزيع على أنها احتمالية إيجاد حاملات الشحنة بزخم بلوري p عند الموضع r في الزمن t. تصف هذه الدالة معدل توزيع حاملات الشحنة في كل من فضاء الموضع و فضاء الزخم. ويمكن إيجادها من حل معادلة بولتزمان للانتقال. إذ يمكن حساب كميات

فيزيائية مختلفة عند حل معادلة الانتقال لبولتزمان منها كثافة حاملات الشحنة، التيار، التحركية، متوسط سرعة حاملات الشحنة، متوسط طاقة حاملات الشحنة [13]. تعد معادلة الانتقال شبه الكلاسيكية لبولتزمان معادلة جزئية تفاضلية - تكاملية من الدرجة الثانية [14]. إذ لا يمكن الحصول على حل مباشر لهذه المعادلة وعليه يمكن الحصول عليها باستخدام التقريبات التحليلية [15] والتي تمثلت بتقريب زمن الاسترخاء وطريقة متعددة حدود لاجندر [16,17] أو باستخدام التقريبات العددية التي تحول معادلة بولتزمان إلى نظام من المعادلات التفاضلية الجزئية يسهل حلها ومنها طريقة مونت كارلو [18] والطريقة التكرارية [19].

لكي يتم الحصول على دالة التوزيع في فضاء الزخم يتم استخدام معادلة بولتزمان القياسية لانتقال حاملات الشحنة في الحالة الاتزان (الحالة المستقرة) في شبه الموصل المركب ارسنيد الكاليوم GaAs والتي تعطى بالصيغة الآتية [20]:

$$\frac{\partial f(k)}{\partial t} + v \cdot \nabla_r f(k) - \frac{eE}{\hbar} \nabla_k f(k) = \left| \frac{\partial f(k)}{\partial t} \right|_{coll} \quad (1)$$

إذ يمثل \vec{k} متجه موجة الإلكترون، وتمثل $f(k)$ دالة التوزيع للإلكترون في منخفض الطاقة المركزي في حزمة التوصيل ويرمز للمجال الكهربائي الواطئ \vec{E} و \vec{v}_k و \vec{v}_r يمثلان الانحدار بالنسبة لمتجه الموجة والانحدار بالنسبة للموقع على التوالي. يدعى الجزء الأيسر من المعادلة (1) بحدود الانسياب streaming terms إذ يمثل الحد الأول المعدل الزمني لتغير دالة التوزيع والذي يهمل في هذا العمل لكون الدراسة في الحالة المستقرة steady state ويمثل الحد الثاني حد الانتشار الذي ينشأ نتيجة لاختلاف تراكيز حاملات الشحنة والذي يهمل أيضاً، أما الحد الثالث فإنه ناتج من المجال الكهربائي الخارجي المسلط. يمثل الحد في الجهة اليمنى تأثير الاستطارة والذي يمثل الجزء الكمي ويتضمن الاستطارة القطبية البصرية والسمعية في منخفض الطاقة المركزي [19,21]. يمكن التعبير عن دالة التوزيع $f(k)$ بدلالة اتساع سلسلة متعددة حدود لاجندر Legendre Polynomials كخطوة أولى من أجل تمثيل حد المجال الكهربائي [22]:

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\varepsilon) P_n(\cos \theta) \quad (2)$$

إذ تمثل $f_n(\varepsilon)$ دالة التوزيع للإلكترونات والتي تحدد بحد معادلة بولتزمان و $P_n(\cos \theta)$ هو معامل متعددة حدود لاجندر، وتمثل θ الزاوية بين متجه الموجة \mathbf{k} والمجال الكهربائي المسلط \mathbf{E} . يؤدي أدراج المعادلة (2) في معادلة بولتزمان إلى مجموعة لانهاية من المعادلات التفاضلية المقترنة

$f'_n s$ Infinite Set of Coupled Differential Equations [23]. وقد وجد أنه في المجالات الكهربائية الواطئة يتم اخذ أول حدين من متعدد حدود لاجندر والتي تكون كافية لإعطاء نتائج دقيقة [24]. يمكن التعبير عن دالة التوزيع f_k في بعد واحد كمجموع أول حدين لمتعددة حدود لاجندر مضروبة بمعاملاتها وتعطى بالصيغة الآتية [22]:

$$f_n(k) = f_0(\varepsilon) + k(\varepsilon) g(\varepsilon) \cos(\theta) \quad (3)$$

تمثل $f_0(\varepsilon)$ معاملات الحد الأول لمتعددة حدود لاجندر وهو الحد المتماثل من دالة التوزيع Symmetrical Part، بينما يمثل الجزء الثاني من المعادلة (3) الجزء غير المتماثل من دالة التوزيع Antisymmetric Part، ويمثل $k(\varepsilon)$ متجه موجة الإلكترون ويمثل $g(\varepsilon)$ معامل الحد الثاني لمتعددة حدود لاجندر ويمثل الجزء المضطرب من دالة التوزيع [25]. يكون اتجاه المجال الكهربائي المسلط في المجالات الواطئة باتجاه متجه موجة الكترون، أي أن $(\cos \theta = 1)$ [26]. يتم حل معادلة بولتزمان بعد إجراء عمليات رياضية معقدة لكل من حد المجال وحد الاستطارة ويتبعها فصل المتغيرات ومن ثم حلها عددياً باستخدام طريقة الفروق المحددة (FDM) Finite Difference Method [27]. ان الهدف من تطبيق طريقة معادلات الفروق هي لتقريب الصيغة التحليلية لمعادلة بولتزمان كنظام من معادلات الفروق ومن ثم حلها بمجهول واحد باستخدام طريقة المصفوفة matrix method باستخدام برنامج حاسوبي باستخدام الماتلاب Matlab. يمكن التعبير عن المشتقة الأولى والثانية لدالة توزيع الطاقة باستخدام معادلات الفروق الآتية [25]:

$$\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} = \frac{f_{(i+1)} - f_{(i-1)}}{2\Delta \varepsilon} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \varepsilon^2} = \frac{f_{(i+1)} - f_{(i)} + f_{(i-1)}}{(\Delta \varepsilon)^2} \quad (5)$$

3. الصياغة التحليلية لسرعة الانجراف ومعدل الطاقة:

The Analytical Formulation of Drift Velocity and average energy:

يتطلب تصميم الأجهزة الإلكترونية المصنعة من أشباه الموصلات معرفة دقيقة بسلوك حاملات الشحنة في حالة عدم الاتزان. إذ بعد معرفة دالة التوزيع للإلكترونات لشبه الموصل ارسنايد الكاليوم في منخفض الطاقة المركزي عند تسليط مجال كهربائي واطى تتم دراسة سلوك متوسط سرعة الإلكترونات ومعدل طاقتها.

يعتمد أداء النبيلة على معدل سرعة الانجراف ومعدل طاقة الإلكترون إذ يتم إيجاد معدل سرعة الإلكترون من دالة التوزيع المضطربة (والتي يعبر عنها بدلالة بسرعة الانجراف لان التيار الناتج من انجراف الكترولونات باتجاه معاكس لاتجاه المجال الكهربائي) ويعطى معدل سرعة الانجراف بالصيغة الآتية [4]:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{4\pi^3} \int_0^\infty \vec{v}_{(k)} f_{(K)} d^3K \quad (6)$$

يمثل المقدار $\frac{1}{4\pi^3}$ كثافة الحالات في فضاء الزخم، وكذلك تمثل $f_{(K)}$ دالة التوزيع في حالة وجود مجال كهربائي (أي التوزيع يكون غير متوازن) و تمثل d^3K عنصر الحجم في فضاء الزخم (فضاء متجه الموجة) ويمثل d^3K في فضاء الطاقة:

$$d^3k = \frac{8\pi m^{*3/2}}{\sqrt{2}\hbar^3} \gamma^{1/2} \gamma' d\epsilon \quad (7)$$

و تمثل $\vec{v}_{(k)}$ السرعة الأنية للإلكترونات حزمة التوصيل غير المكافئة لارسنايد الكاليوم. عند حساب سرعة الانجراف (متوسط سرعة الكترولون) يؤخذ الجزء الغير المتماثل فقط من دالة التوزيع غير المتوازنة لان الجزء المتناظر لا يساهم بالتيار [17,13]. من الصعوبة التعامل مع سرعة كل الكترولون على حدا لذلك التعامل مع سرعة مجموعة الكترولون والتي تعطى بالصيغة الآتية [20]:

$$\vec{v}_{(k)} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{k}} \quad (8)$$

عند التعويض عن سرعة المجموعة للإلكترونات ومن علاقة طاقة الكترولون بمتجه موجة في حزمة الطاقة الغير مكافئة لارسنايد الكاليوم وبعد إجراء التحويلات من فضاء الزخم إلى فضاء الطاقة، يمكن حساب سرعة الانجراف بالاعتماد على دالة التوزيع غير المتوازنة كما في المعادلة الآتية:

$$v_d = \langle \vec{v} \rangle = \frac{2\sqrt{2} e E m^{*3/2}}{3\pi^2 \hbar^3 m^*} \int \frac{\tau \gamma^{3/2} \partial f_0}{\gamma' \partial \epsilon} d\epsilon \quad (9)$$

يعطى معدل زمن الاسترخاء لحزمة التوصيل الغير المكافئة بالصيغة الآتية:

$$\langle \tau \rangle = \frac{2\sqrt{2} m^{*3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} \int \frac{\tau \gamma^{3/2} \partial f_0}{\gamma' \partial \epsilon} d\epsilon \quad (10)$$

يتم الحصول على سرعة الانجراف بدلالة معدل زمن الاسترخاء والمجال في حزمة الطاقة الغير المكافئة عند تعويض المعادلة (10) في المعادلة (9) كما مبين في المعادلة الآتية [28]:

$$v_d = \frac{eE}{m^*} \langle \tau \rangle \quad (11)$$

يتم حساب متوسط طاقة الكترولونات بالاعتماد على دالة التوزيع الكترولونات اذ يؤخذ الجزء المتماثل من دالة التوزيع المضطربة والتي تعطى بالصيغة الآتية [4]:

$$\langle \epsilon \rangle = \int_0^\infty \epsilon f_{o(\epsilon)} g_{(\epsilon)} d\epsilon \quad (12)$$

يمثل $g_{(\epsilon)}$ كثافة الحالات في فضاء الطاقة والذي يعطى لأدنى منخفض طاقة , منخفض الطاقة المركزي $\langle 000 \rangle$, في شبه الموصل المركب GaAs وتعطى بالصيغة الآتية [14]:

$$g(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \gamma^{1/2} \quad (13)$$

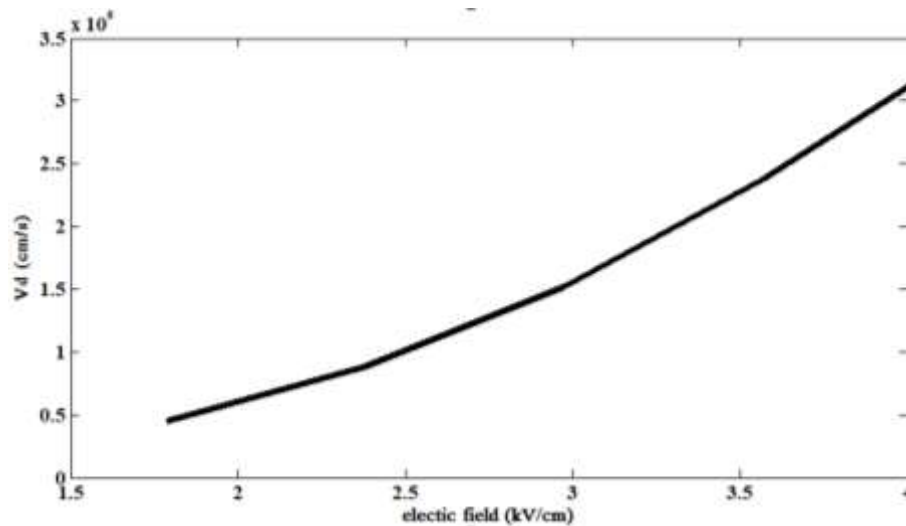
ويمثل $\gamma(\epsilon)$ طاقة الكترولون والتي تعطى الصيغة الرياضية له بالنسبة لسطوح الطاقة الكروية بواسطة علاقة التقريب وتكون بالشكل الاتي [23]:

$$\gamma(\epsilon) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (14)$$

وعند تعويض عن كثافة الحالات في حزمة توصيل المعادلة (13) في المعادلة (12) يمكن إيجاد معدل الطاقة في الحزمة غير المكافئة.

4. النتائج والمناقشة: Result and discussion

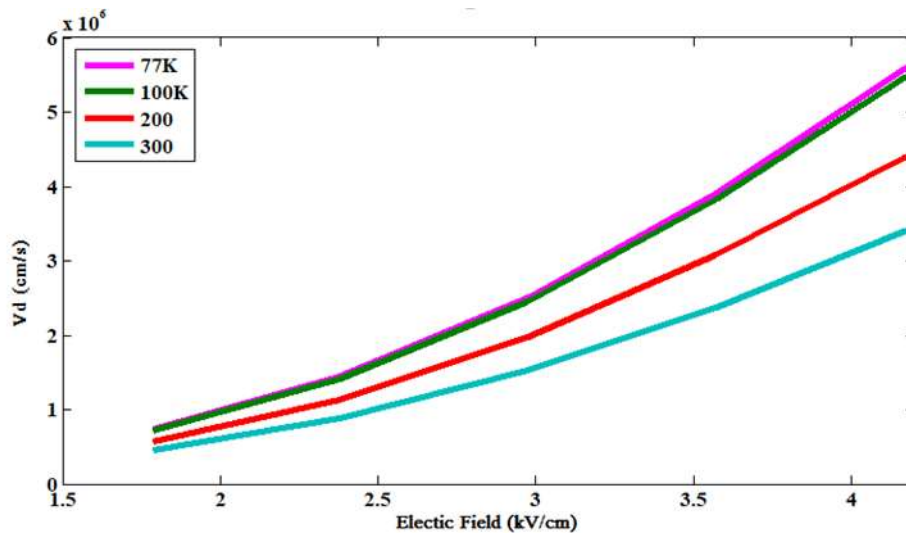
تزداد سرعة الانجراف مع المجال الكهربائي زيادة خطية في المجالات الواطئة وان هذا السلوك يستمر إلى المجال 4.2 kV/cm وقد كانت نتائجنا متفقة مع كل من النتائج التجريبية [11] والنتائج النظرية [12] في المجالات الواطئة كما مبين في الشكل (1). كما تم دراسة سلوك منحنى سرعة الانجراف عند درجات حرارة منخفضة مختلفة فقد لاحظنا من خلال منحنيات سرعة الانجراف عند درجات الحرارة الأقل من 300 K أن مجال العتبة لا يتأثر بتغير درجات الحرارة وبالتالي فإن التغير في درجات الحرارة له تأثير قليل على سرعة الانجراف ضمن المجالات الواطئة وكذلك نلاحظ أنه كلما ازدادت درجة الحرارة تقل سرعة الانجراف بسبب تصادمات الإلكترونات مع الشبكة البلورية أو استطارتها نتيجة التصادمات مع الكثرونات أخرى كما مبين في الشكل (2). وكانت نتائجنا في اتفاق مع النتائج المنشورة [29,11].



الكثرون في
المركب
درجة حرارة
تسليط

الشكل (1): سرعة انجراف
شبه الموصل
GaAs
ضمن
300 K
عند

مجالات كهربائية اقل من مجال العتبة 4 kV/cm

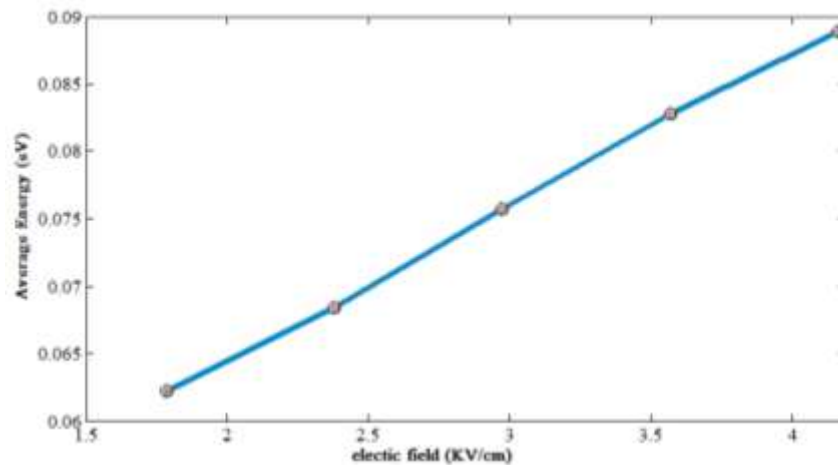


منحني سرعة
انجراف
الكثرون كدالة
للمجال

الشكل (2):

الكهربائي لشبه الموصل المركب
GaAs ولمديات من درجات الحرارة المنخفضة.

نلاحظ في الشكل (3) التي هي متوسط طاقة الكترون كدالة للمجال الكهربائي وضمن درجة حرارة الغرفة، ان متوسط طاقة الكترون تتغير بشكل خطي مع المجال المسلط مع ملاحظ ان الزيادة في طاقة الكترون تكون ضمن مدى قليل جدا من الطاقة. وقد كانت هذا السلوك متوافقا مما تم نشره من البحوث السابقة [30].



الالكترون
كدالة
لشبه الموصل
المجالات الأقل

الشكل (3): منحني طاقة
للمجال الكهربائي
GaAs وضمن

من مجال العتبة وفي درجة حرارة الغرفة.

الاستنتاجات: Conclusions

تم في هذا البحث حساب كل من سرعة الانجراف ومتوسط طاقة الكترون نظريا في شبه الموصل ذات فجوة طاقة مباشرة GaAs وذلك بتسليط مجال كهربائي واطى بحيث لا يكون كافي لانتقال الإلكترونات إلى منخفضات طاقة أعلى من منخفض الطاقة المركزي Γ . وكانت الية الاستطارة المهيمنة هي استطارة الفونونات القطبية البصرية عند المجالات الكهربائية الواطئة. وقد تم استنتاج ما يأتي:

- 1- ومن خلال حسابات سرعة الانجراف وجدنا انه ضمن المجالات الواطئة أن سرعة الانجراف تتغير خطيا مع المجال وهذا السلوك كان متقفا مع النتائج التجريبية والنظرية.
- 2- عند دراسة تأثير درجة الحرارة على سرعة الانجراف وجدنا انه بزيادة درجة الحرارة تقل سرعة الانجراف وذلك لزيادة تصادمات الإلكترونات مع الشبكة البلورية في منخفض الطاقة المركزي عند المجالات الواطئة التي لا تتعدى مجال العتبة. كما وجدنا أن سرعة الانجراف لا تتأثر بشكل ملحوظ مع التغيرات في درجات الحرارة المختلفة وضمن درجات الحرارة الواطئة. وأن مجال العتبة لم يعاني أي تغيرات تذكر وبذلك فان قياس خصائص الانتقال عند المجالات الواطئة تكون غير دقيقة.
- 3- أما في حالة منحني طاقة الكترون مع المجال الكهربائي يحصل هناك زيادة خطية في متوسط طاقة الكترون مع زيادة المجال المسلط ولكن مدى الزيادة في طاقة الكترون صغير جدا.

References

1. Morant, M. J. (1994). Physical properties of IIIIV semiconductor compounds, InP, InAs, GaAs, GaP, InGaAs and InGaAsP: S. Adachi, John Wiley, New York, 1992, 336 pp., £ 52.00.
2. Faghaninia, A., Ager III, J. W., & Lo, C. S. (2015). Ab initio electronic transport model with explicit solution to the linearized Boltzmann transport equation. Physical Review B, 91(23), 235123.
3. Verma, A., Kajdos, A. P., Cain, T. A., Stemmer, S., & Jena, D. (2014). Intrinsic mobility limiting mechanisms in lanthanum-doped strontium titanate. Physical Review Letters, 112(21), 216601. (N54)
4. Goldsman, N., Henrickson, L., and Frey, J. (1991). A physics-based analytical/numerical solution to the Boltzmann transport equation for use in device simulation. Solid-state electronics, 34(4), 389-396.

5. Li, S. S. (2012). Semiconductor physical electronics. Springer Science & Business Media.
6. Aripnammal, S., & Chandrasekaran, S. (2011). Theoretical Study on The Electrical Properties of Some III-V and IV-IV Compounds. Chalcogenide Letters, 8(1), 45-51.
7. Ehrenreich, H. (1960). Band structure and electron transport of GaAs. Physical Review, 120(6), 1951.
8. Ahmad, C. N., & Adams, A. R. (1978). Uniaxial stress measurements on n-type GaAs. Solid State Communications, 27(3), 219-222.
9. Conwell, E. M., & Vassell, M. O. (1967). Effect of nonparabolicity on drift velocity in GaAs. Physics Letters A, 25(4), 302-303.
10. Houston, P. A., & Evans, A. G. R. (1977). Electron drift velocity in n-GaAs at high electric fields. Solid-State Electronics, 20(3), 197-204.
11. Ruch, J. G., & Kino, G. S. (1968). Transport properties of GaAs. Physical Review, 174(3), 921.
12. Braslau, N., & Hauge, P. S. (1970). Microwave measurement of the velocity-field characteristic of GaAs. IEEE Transactions on Electron Devices, 17(8), 616-622.
13. Lundstrom, M. (2000). Fundamentals of carrier transport.
14. Jacoboni, C. (2010). Theory of electron transport in semiconductors: a pathway from elementary physics to nonequilibrium Green functions (Vol. 165). Springer Science & Business Media.
15. Law H. and Kao K. (1971). Analytical Solution of BTE. I Carrier Transport Phenomena in Nondegenerate Semiconductors at Low Fields. Physical Review B, Vol. 4, No. 8, PP: 2524-2534.
16. Majdi, S., Djurberg, V., Suntornwipat, N., Gabrysch, M., and Isberg, J. (2021). Carrier Scattering Mechanisms: Identification via the Scaling Properties of the Boltzmann Transport Equation. Advanced Theory and Simulations, 4(1), 2000103.
17. Ahmad M. J. (2007). Theoretical Investigation of Electron Transport in Silicon Using Boltzmann Transport Equation. PhD. Thesis, Salahaddin university, Iraq.
18. Massimo V. Fischetti. (1991). Monte Carlo Simulation of Transport in Technologically Significant Semiconductors of the Diamond, and ZincBlend Structures-Part I: Homogeneous Transport. IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 38, No. 3, PP: 634-649.
19. Warren, G. J. (1988). Low field transport properties of a GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs superlattice (Doctoral dissertation, University of Warwick).
20. Chakrabarty, S., Mandia, A. K., Muralidharan, B., Lee, S. C., and Bhattacharjee, S. (2019). Semi-classical electronic transport properties of ternary compound AlGaAs₂: role of different scattering mechanisms. Journal of Physics: Condensed Matter, 32(13), 135704.
21. Lee, H. J. (1978). Electron transport properties of gallium arsenide, gallium aluminum arsenide and indium phosphide (Doctoral dissertation, University of Ottawa (Canada)).
22. Nag, B. R. (2012). Electron transport in compound semiconductors (Vol. 11). Springer Science & Business Media.
23. Dresselhaus, M. S. (2001). Solid State Physics Part I: Transport Properties of Solids. Lect. Course.
24. Conwell, E. M., & Vassell, M. O. (1968). High-field transport in n-type GaAs. Physical Review, 166(3), 797.
25. Goldsman, N., Wu, Y. J., & Frey, J. (1990). Efficient calculation of ionization coefficients in silicon from the energy distribution function. Journal of applied physics, 68(3), 1075-1081.

26. Požela, J., and Reklaitis, A. (1980). Electron transport properties in GaAs at high electric fields. **Solid-State Electronics**, 23(9), 927-933.
27. Malik, Al-Robe. (2016). Finite Difference and Finite Element Methods for solving Elliptic partial Differential Equation. (M.S. thesis In Applied Mathematics), An-Najah National University.
28. Hamaguchi, C., and Hamaguchi, C. (2010). Basic semiconductor physics (Vol. 9, pp. 443-510). Berlin: Springer-Verlag.
29. Ruch, J. G., & Fawcett, W. (1970). Temperature dependence of the transport properties of gallium arsenide determined by a Monte Carlo method. *Journal of applied Physics*, 41(9), 3843-3849.
30. Brauer, M. (1977). Dynamical Response of Electrons in GaAs at 300 K. *physica status solidi (b)*, 81(1), 147-152.